

Innhold

Kapittel		Side
1	Kvinner og matematikk	1
2	Innledning til geometri	4
	Gresk geometri	4
	Euklid	4
	Elementer	4
	Aksiom	4
	Teorem	4
	Setninger	4
	Den deduktive metoden	4
	Katedralbyggeren Jack	5
	De 5 aksiomene og de 5 påstandene til Euklid	7
3	Geometri	9
	Rektangler	10
	Kvadrat	11
	Trekanter	12
	Parallelogram og romber	13
	Trapec	14
	Sirkler	17
	Arealformlene	21
	Mer om arealberegning	22
	Areal mellom x-aksen og en graf	27
	Linjer og vinkler	32
	Vinkler med parvis normale ben	33
	Vinkler med parvis parallelle ben	34
	Summen av vinklene i en trekant er 180°	34
	Likesidete trekanter	35
	Likebente trekanter	36

	Kongruente trekanter	36
	Formlikhet	37
	Formlike trekanter	38
	Symmetri	40
	Pytagoras setning	45
	Trigonometri	48
	Arealsetningen	61
	Sinussetningen	63
	Cosinussetningen	64
	Miljøoppgave plangeometri	67
	ABEL-oppgaver plangeometri	67
	Volum	69
	Terning	70
	Sylinder	72
	Kule	74
	Kjegle	75
	Pyramide	78
	Overflate- og volumformler	82
	Arkimedes' siste dag	84
	Miljøoppgave romgeometri	86
	ABEL-oppgaver romgeometri	86
4	Tesselering	87
	Tesselering	87
	Tesselering med regulære mangekanter	88
	Tesselering med ikkeregulære mangekanter	96
	Tesselering i rommet	98
	Tesselering i kunsten	99
5	Polyedre	100
	De fem platonske legemene	101
	En begrunnelse for at det bare er fem regulære polyedre	102
	Eulers polyederligning	104
	Keplerstjernen på Gardermoen	109
	De 13 arkimediske legemene	110

6	Tall er kanskje mer enn du tror	
	Tall og tallsystem	112
	Titallsystemet	113
	Totallsystemet	115
	Seksitallsystemet	118
	Generelt om posisjonssystem	120
	Romertall	121
	De klassiske greske tallsystemene	124
	Mayafolkets tallsystem	127
	Det kinesisk-japanske tallsystemet	129
	Egypternes tallsystem i oldtiden	131
	Seksentallsystemet	132
	Litt dataterminologi	136
7	Negative tall	138
	Multiplikasjon og divisjon	138
	Addisjon og subtraksjon	144
8	Brøk	147
	Brøk	147
	Utvidelse	148
	Forkorting	149
	Addisjon og subtraksjon	152
	Er musikk matematikk?	154
	Brøk multiplisert med heltall	158
	Brøk dividert på heltall	159
	Brøk multiplisert med brøk	160
	Brøk dividert på brøk	162
	Brudden brøk	164
	"Å dele på null er tull" – Begrepet uendelig	165
	Tallmengdene så langt i boka	167
	Miljøoppgave	169
	ABEL-oppgave	169

9	Prosent og promille	170
	Prosent	170
	Promille	174
	Miljøoppgave	175
10	Desimalbrøk	176
	Desimalbrøk	176
	Mer om posisjonssystem	178
11	Irrasjonale tall	181
	Irrasjonale tall	181
	Pytagoras	181
	$\sqrt{2}$	183
	π (pi)	184
	e	184
	Φ (fi)	184
	Fraktal geometri	185
	Tallmengdene så langt i boka	188
12	Benevnte tall og forholdstall	189
	Benevninger og forholdstall	189
	Todimensjonale benevninger og forholdstall	193
	Tredimensjonale benevninger og forholdstall	194
	Standarder	196
	Historiske norske benevninger	197
13	Algebra (bokstavtall – bokstavregning)	198
	Algebra	198
	Addisjon	199
	Multiplikasjon	199
	Subtraksjon og divisjon	201
	Multiplikasjon er distributiv over addisjon	201
	Påstanden $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$	203

	Kvadratsetningene og konjugatsetningen	204
	Prioritetsreglene	207
	Utleddning av en formel for brøkdivisjon	209
	Brøkreglene med algebra	211
	Utleddning av renteformelen	212
	Renteberegning for hele år	213
	Miljøoppgaver	217
	ABEL-oppgave	218
14	Ligning av første grad med én ukjent	219
	Ligning	219
	Fire ungdommer og én pizza	223
	To gårdbrukere	225
	Oppsummering	227
	Regula falsi	228
	Per vil ha egen leilighet	228
	Det fine med ligning	233
	Diofantos	233
	Avsluttende eksempler	235
15	Ligningssett av første grad med to og tre ukjente	237
	Mannen som var så vrang	237
	Addisjonsmetoden	238
	Algoritme for addisjonsmetoden	242
	Innsettingsmetoden	246
	Algoritme for innsettingsmetoden	247
	Miljøoppgaver	249
	Ligningssett av første grad med tre ukjente	250
	Algoritme for løsning av ligningssett av første grad med tre ukjente	252
16	Potenser	255
	Innledning til potenser	255
	Potens	257

	Standardform	258
	Renteformelen	261
	Befolkningsformelen	262
	Elgene på Isle Royale	263
	Utledning av potensformler	265
	Potensreglene	270
	Mer om standardform	271
	Miljøoppgaver	273
17	Kvadratrot	275
	Innledning til kvadratrotter	275
	Kvadratrot	277
	Kvadrattall	278
	Kvadratrotreglene	282
	Er ei kvadratrot egentlig en potens?	283
	Minst mulig tall under rottegnet	284
18	Kubikkrot, n-te-rot og n-te-gradsligning	285
	Kubikkrot	285
	Kubikkrotreglene	286
	Kubikktall	287
	Røtter av høyere orden / n-te-røtter	288
	Generelle rotregler	288
	Musikk og tolvterota av to	289
	n-te-gradsligninger på formen $ax^n = b$	291
	Miljøoppgaver	294
19	Andregradsligninger	295
	Innledning til andregradsligninger	295
	Fullstendige kvadrat	301
	Utledning av en formel for å løse andregradsligninger	303
	Standardformel for andregradsligninger	308
	Algoritme for å løse andregradsligninger	310
	Andregradsligninger uten førstegradsledd	313

	Andregradsligninger uten konstantledd	314
	Det gyldne snittet	315
	Fibonacci-følgen	318
20	Faktorisering av andregradspolynom	323
	Faktorisering	323
	Faktoriseringsformel	324
	Algoritme for faktorisering av andregradspolynom	327
	Andregradsligninger – sammenhengen mellom røttene og koeffisientene	329
21	Tredjegradsligninger og polynomdivisjon	332
	Faktorisering av tredjegradspolynom	333
	Polynomdivisjon	334
	Slik kan du løse tredjegradsligninger med regning	329
	n-te-gradspolynom	342
	Indekserte variabler	343
22	Ulikheter av første og andre grad	344
	Ulikheter av første grad	344
	Algoritme for løsning av ulikheter av første grad	347
	Ulikheter av andre grad	348
	Fortegnslinjer	349
	Ulikheter på brøkform	354
	OG og ELLER	360
23	Rekker	362
	Rekke	362
	Aritmetiske rekker	365
	Geometriske rekker	370

	Annuitetslån	374
	Konvergente og divergente geometriske rekker	379
24	Proporsjoner og proporsjonalitet	380
	Proporsjonal og omvendt proporsjonal	380
	Proporsjonale størrelser	381
	Omvendt proporsjonale størrelser	383
	Forhold og proporsjoner	385
25	Indeks og lønn	387
	Indeks	387
	Konsumprisindeks	387
	Nominell lønn og reallønn	390
	Poeng og prosent	393
	Konsumprisindeks 1835–1996	395
26	Lønn, skatt og feriepenger	396
	Lønn	396
	Skatt	399
	Andre trekk	399
	Feriepenger	400
27	Funksjoner	401
	Hva er en funksjon?	401
	”Det norske oljeeventyret”	403
	Anvendt matematikk og ren matematikk	405
	Lineære funksjoner	408
	Oppsummering lineære funksjoner	414
	Ligningen eller linjen $y = ax + b$	
	når to punkt er kjent	415
	Algoritme for å finne ligningen	
	$y = ax + b$ når to punkt er kjent	419
	Ligningen eller linjen $y = ax + b$	
	når stigningstallet og ett punkt er kjent	421
	Ettpunktsformelen	421

	Omvendte (inverse) funksjoner	424
	Flerleddsfunksjoner (polynomfunksjoner)	426
	Oppsummering parabler	433
	Begrepet uendelig	434
	Brøkfunksjoner (hyperbler)	437
	Loddrett (vertikal) asymptote	445
	Vannrett (horisontal) asymptote	447
	Asymptoteformler	449
	Lineære brøkfunksjoner	450
	Ungdom og inntekt	452
	Formuleringen $y = f(x)$	455
	Definisjonsmengde og verdimengde	456
	En funksjon som beregner dato for påskesøndag	458
28	Grafisk løsning av ligninger	459
	Grafisk løsning av andregradsligninger	459
	Andregradsligninger og parabler	463
	Grafisk løsning av førstegradsligninger med én ukjent	463
	Grafisk løsning av en vilkårlig ligning	466
	Grafisk løsning av ligningssett av første grad med to ukjente	471
	Algoritme for grafisk løsning av ligningssett med to ukjente	472
29	Grafisk løsning av ulikheter	475
	Et praktisk eksempel	475
	Slik kan ulikheter løses grafisk	477
	OG og ELLER	479
30	Derivasjon	485
	Galileo Galilei triller kuler	485
	Isaac Newton vil finne hastigheten til kulene	485
	En generell metode for å finne hastighet	489
	Vi prøver Cauchys metode	492

	Fra hastighet til stigning	499
	Derivasjon	505
	Kjerneregelen	511
	Derivasjonsreglene	516
	Derivasjon i økonomifaget	517
	Vi utleder leddvis derivasjon, produktregelen og brøkregelen	525
	To nøtter	529
31	Mer om tangent	530
	Tangent	530
	Utledning av tangentligningen	532
	Ettpunktsformelen	533
	Tangentligningen	533
32	Funksjonsdrøfting	536
	Den deriverte forteller oss stigning	536
	Faktorisering	536
	Fortegnslinjer	538
	Topp- og bunnpunkt	539
	Grafisk kontroll	541
	Brudd	543
	Skrå asymptoter	544
	Vendepunkt	545
33	Integrasjon	551
	Integrasjon	551
	Antiderivasjon	556
	Hvorfor kaller vi denne matematikken integrasjon?	560
	Antiderivasjonsregler	562
	Mer om arealet mellom x-aksen og grafen til $y = f(x)$	563
	Arealet mellom grafer	565
	Hva kan vi bruke integrasjon til?	566

34	Statistikk	574
	Frekvenstabell	574
	Variasjonsbredde	576
	Grafiske framstillinger	577
	Søylediagram	577
	Sektordiagram (Kakediagram)	577
	Linjediagram (kurvediagram)	578
	Gjennomsnitt	579
	Ungdom og video	581
	Klassemidtpunkt	583
	Mannlige rekrutter	585
	Beregning av klassemidtpunkt	587
	Median	591
	Avvik, varians og standardavvik	595
	Søylediagram og histogram	606
	Misbruk av statistikk	609
35	Sannsynlighetsregning	610
	Er tilfeldigheter tilfeldige?	610
	Sannsynlighet	611
	Mengdelære	613
	Forsøk, utfall og utfallsrom	616
	Hending	617
	Hendinger og sannsynlighet	618
	Addisjonssetningen	620
	Uavhengige og avhengige hendinger	622
	Betinget sannsynlighet	628
	Mer om uavhengige og avhengige hendinger	631
	Produktsetningen	631
	Valgtrær	632
	Hva hvis utfallsrommet er stort?	636
	Kombinatorikk	636
	Multiplikasjonsformelen	636
	Ordnete utvalg når vi trekker med tilbakelegging	639
	Ordnete utvalg når vi trekker uten tilbakelegging	642
	Fakultet	644

	Uordnete utvalg når vi trekker uten tilbakelegging	645
	Uordnete utvalg når vi trekker med tilbakelegging	649
	Kombinatorikk og sannsynlighetsregning	650
	Hypergeometriske forsøk	651
	Introduksjon til binomiske forsøk	655
	Binomiske forsøk	656
	Fødselsdag på samme dato	667
36	Et løst og et par uløste matematiske problem – for spesielt interesserte	669
	Et løst problem – Fermats siste teorem	669
	Et ”bevis” som ikke holder	672
	Primtall	673
	Euklid beviser at det finnes uendelig mange primtall	674
	Tvillingprimtall	675
	Perfekte tall	675
37	Arven fra Pytagoras	
	Glimt fra matematikkens historie	676